ロボティックス
Robotics

先端工学基礎課程講義

小泉 憲裕

2017/5/13

講義情報

【授業内容とその進め方】
(a)授業項目
第1回　ロボット工学概論
　　　ロボットの歴史、定義、基本構成と分類
　　　数学基礎知識
第2回　マニピュレータの基礎
　　　構造と分類、機構表現
第3回　センサとアクチュエータ
第4回　座標変換
　　　平行、回転変換、同次変換、マニピュレータの座標系の設定
第5回　順運動学と逆運動学
第6回　ヤコビ行列と静力学
第7回　順動力学と逆動力学
第8回　中間試験とその解説
第9回　フィードバック制御とその安定性
第10回　位置制御(PTP制御とCP制御)
第11回　力制御(インピーダンス制御)
第12回　マスタ・スレーブ制御
第13回　遠隔操作と自律制御
第14回　複数マニピュレータの協調制御
第15回　期末試験とその解説

当面はこちらのサイト,
http://www.medigit.mi.uec.ac.jp/lect_robotics.html

(b) 授業の進め方：
　PPTを用いて内容を解説したあと、演習課題を解いてもらう。また、必要に応じて宿題を課すことがある。

事前にWebClassのサーバーに講義用のPPTをアップしているので、それを印刷して授業に持ってくること。また、授業に対する理解度を高めるために、PPT資料を用いて予習・復習することが望ましい。さらに、必要とされる数学知識を復習することも大事である。

ロボットの運動学

ロボットの運動学

ロボットの運動学は現在、ニュートン力学を発展させた解析力学を基盤とすることが多い。

解析力学では物体を剛体としてあらわす

第4回
座標変換

平行、回転、同次変換、マニピュレータの座標系の設定

KOIZUMI LAB

剛体

剛体とは

　密度をもつ無限に小さな体積の粒子が無限個集まってできたもの。体積があり、互いの粒子間の距離は変化しない。

粒子には姿勢がないが、
剛体には姿勢がある

粘土の粒子を焼いて
固めたレンガのようなもの

http://www.finelife-ck.com/wp-content/uploads/2015/11/IMG_3351.jpg

KOIZUMI LAB

剛体

剛体の自由度

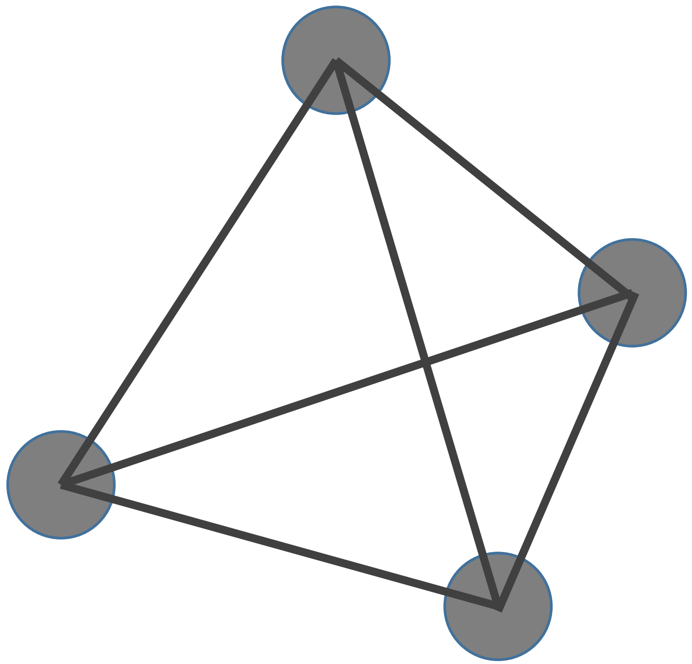
（自由度）＝

（運動を記述するのに使う変数の数）

ー（拘束条件の数）

$$3 \times 4 - 6$$

位置3自由度　粒子数　拘束条件の数



剛体

剛体の自由度

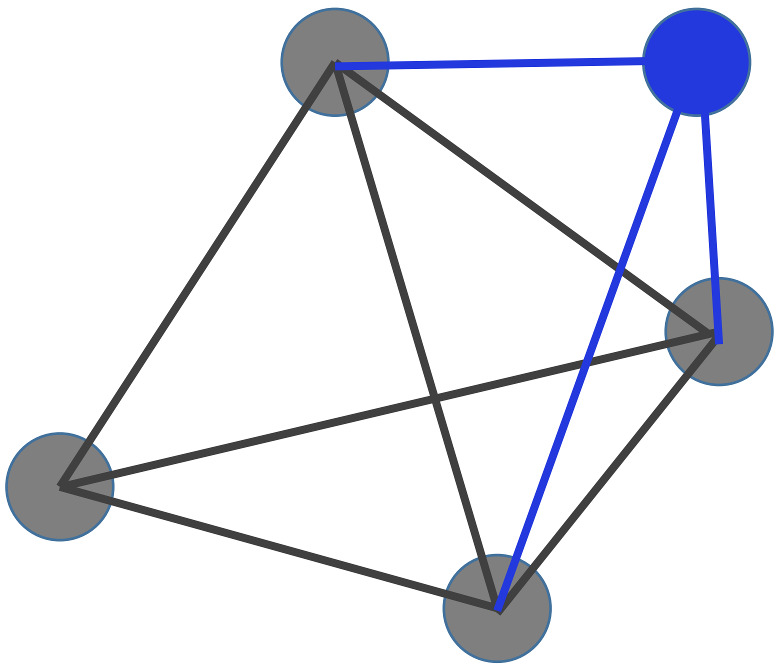
$$3\times 4-6$$

追加した質点の位置を表すため
自由度が3つ増えるが、

同時に拘束条件も3つ増えるため

質点が増えても
自由度は変わらない！

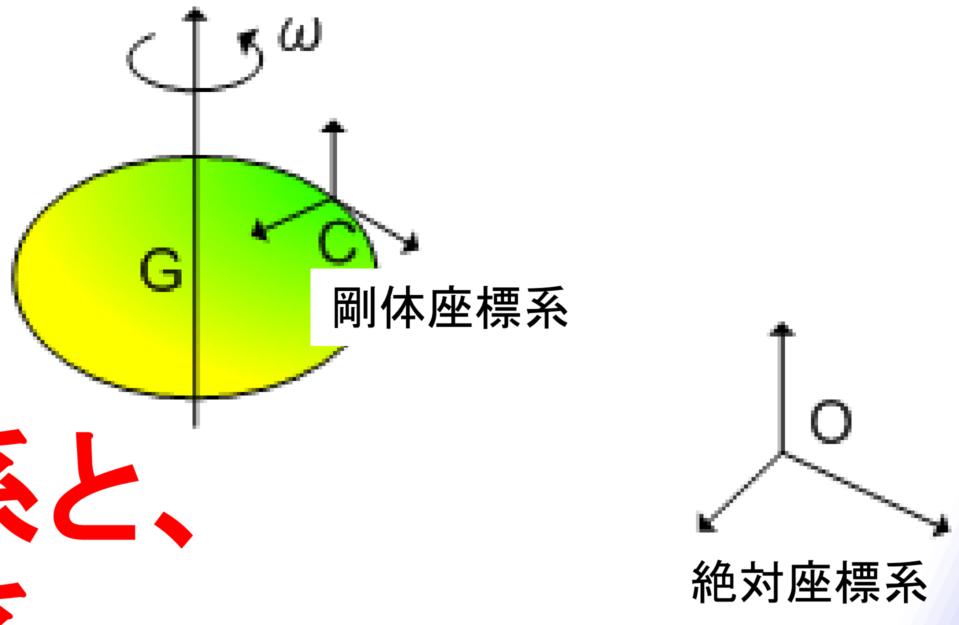
(x, y, z)



剛体座標系

剛体座標系

剛体の位置をあらわす代表的な
粒子の位置を原点とし、
剛体と一緒に運動する座標系



太陽を原点とする座標系と、
地球を原点とする座標系

http://hooktail.sub.jp/mechanics/rigidRot/

KOIZUMI LAB

座標系の平行移動

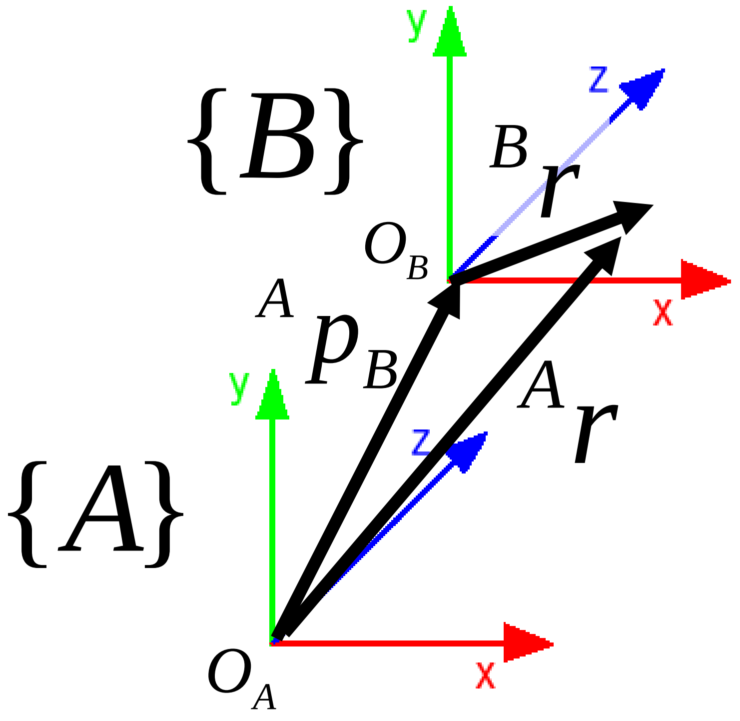
座標系の平行移動

$$ {}^{A}r = {}^{A}p_{B} + {}^{B}r $$

${}^{A}r$ ：座標系{A}からみた点r

${}^{A}p_{B}$ ：{A}からみた{B}の原点 O_Bの位置ベクトル

${}^{B}r$ ：座標系{B}からみた点r



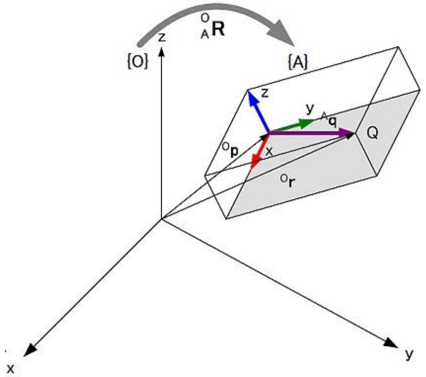
剛体の姿勢とその表現

剛体の姿勢とその表現

（表現1）直交行列R

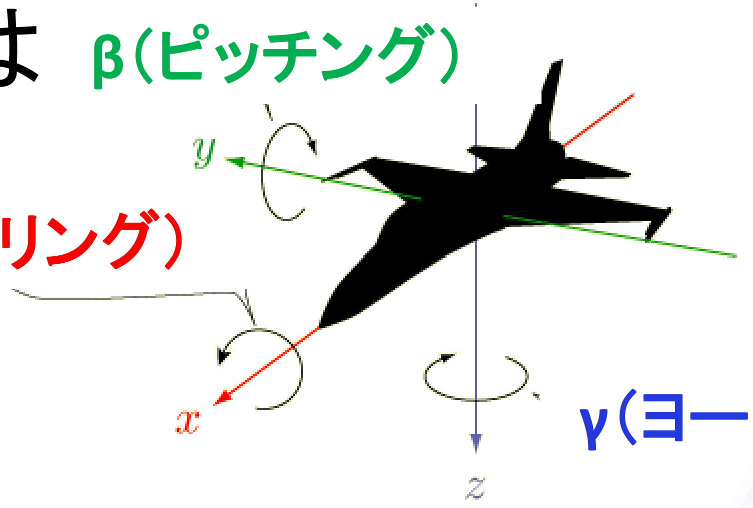
（表現2）オイラー角α, β, γ

（表現3）オイラーパラメータあるいは
　　　　クォータニオン（四元数）

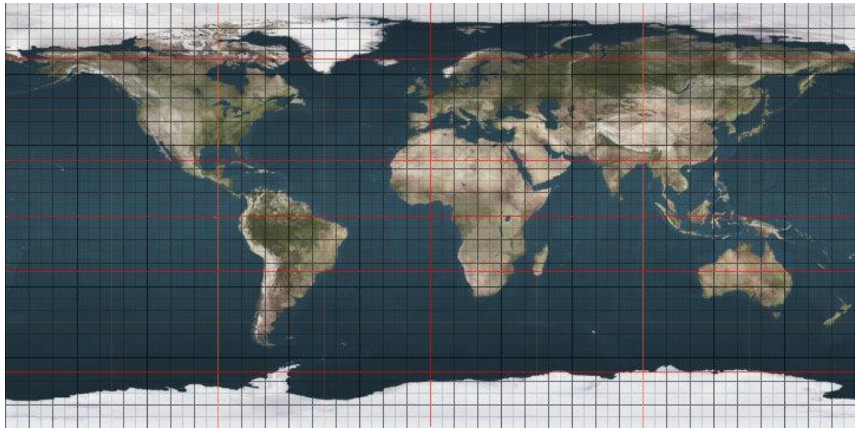


$$R = (e_x \quad e_y \quad e_z)$$

http://www.rugbysensor.com/images/doujitrMatrix_01.jpg



http://hooktail.org/wiki/index.php?%B8%F8%B3%AB%C0%A9%BA%EE%2F%B2%F3%C5%BE%B9%D4%CE%F3



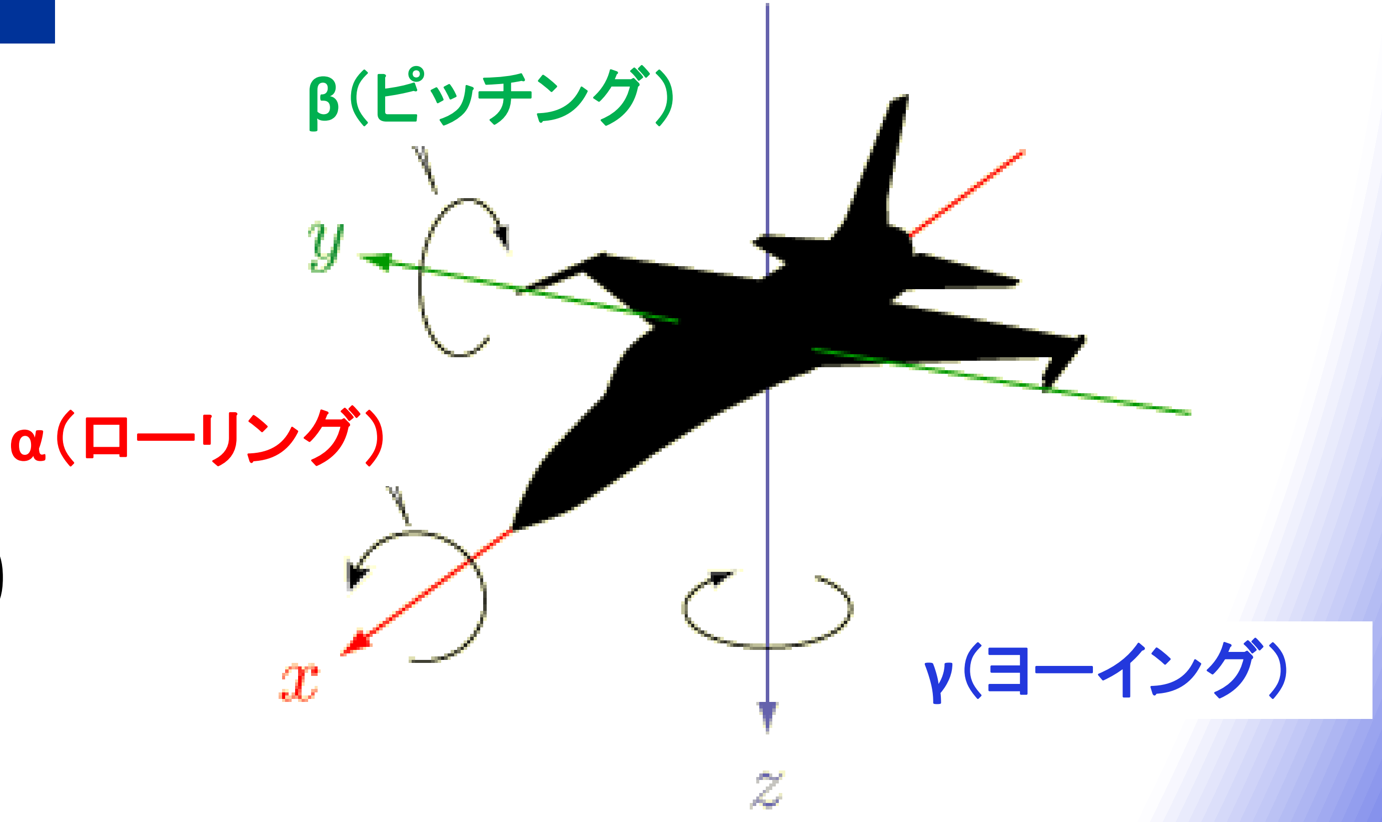
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1f/Earthmap720x360_grid.jpg

剛体の姿勢とその表現

剛体の姿勢とその表現

（表現2）オイラー角α, β, γ

$$R_{ZYX} = R_Z(\gamma) R_Y(\beta) R_X(\alpha)$$



http://hooktail.org/wiki/index.php?%B8%F8%B3%AB%C0%A9%BA%EE%2F%B2%F3%C5%BE%B9%D4%CE%F3

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1f/Earthmap720x360_grid.jpg

剛体の姿勢とその表現

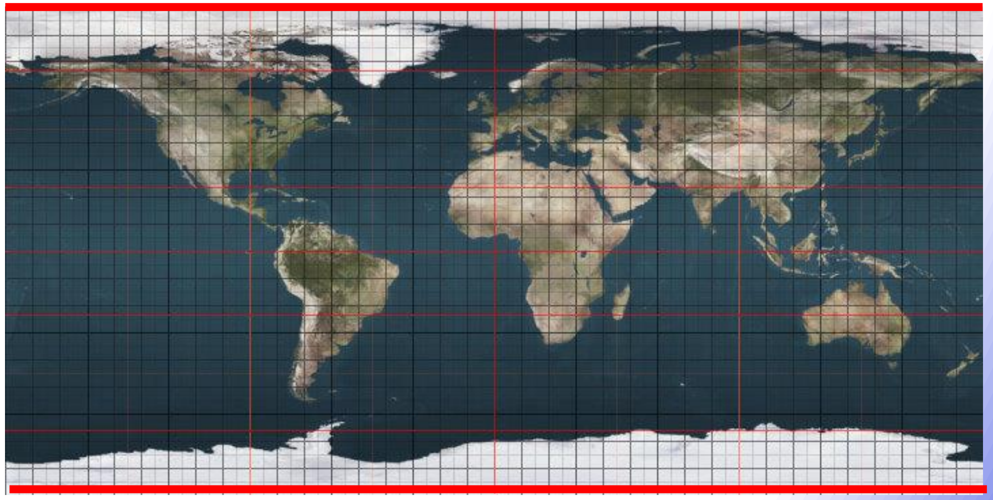
剛体の姿勢とその表現

（表現2）オイラー角α, β, γ

球面は2次元の曲面であるが、
これを2個の座標値で表そうとすると困難が生じる

北極点と南極点が線であらわされる

http://blogimg.goo.ne.jp/user_image/2e/02/6387570b812abd6f251bb08e60385a5c.jpg

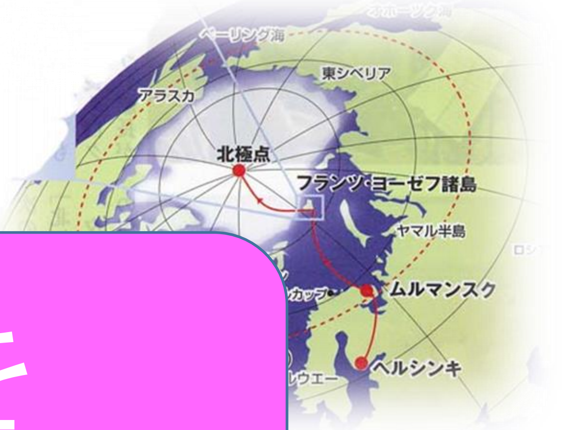


https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1f/Earthmap720x360_grid.jpg

剛体の姿勢とその表現

剛体の姿勢とその表現

http://blogimg.goo.ne.jp/user_image/2e/02/6387570b812abd6f251bb08e60385a5c.jpg



（表現2）オイラー角α, β, γ

球面は2

これを2

すると困

剛体姿勢の空間全体を
3変数で表すことはできない！

北極点と南極点が
線であらわされる

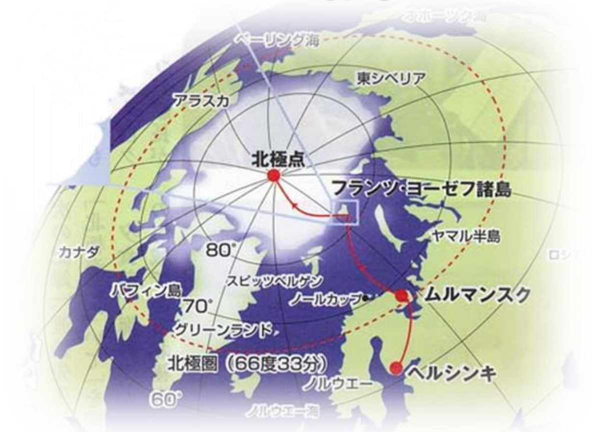
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1f/Earthmap720x360_grid.jpg

KOIZUMI LAB

剛体の姿勢とその表現

剛体の姿勢とその表現

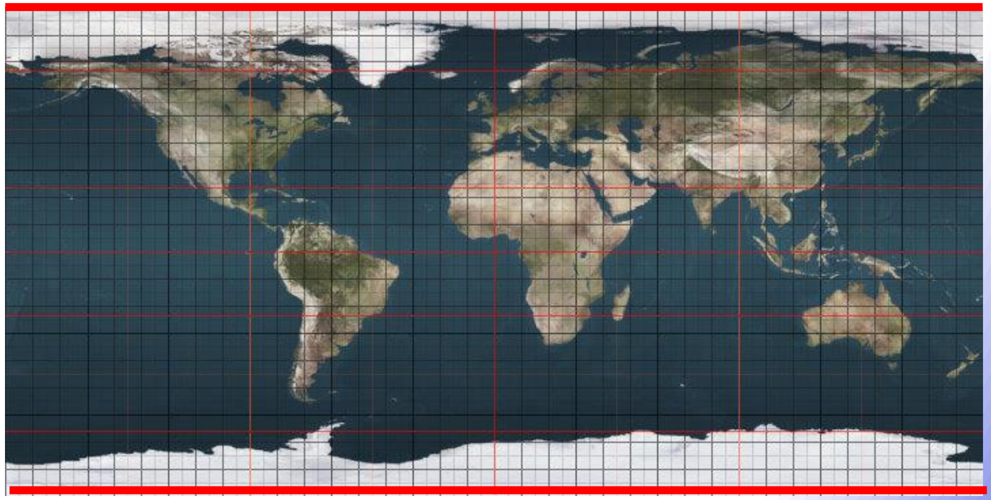
http://blogimg.goo.ne.jp/user_image/2e/02/6387570b812abd6f251bb08e60385a5c.jpg



（表現3）オイラーパラメータあるいは
クォータニオン（四元数）

4変数と1個の拘束条件を用いて剛体の姿勢をあらわす。剛体姿勢の空間全体を最小の変数で表現。

ロケットや人工衛星の姿勢制御に応用



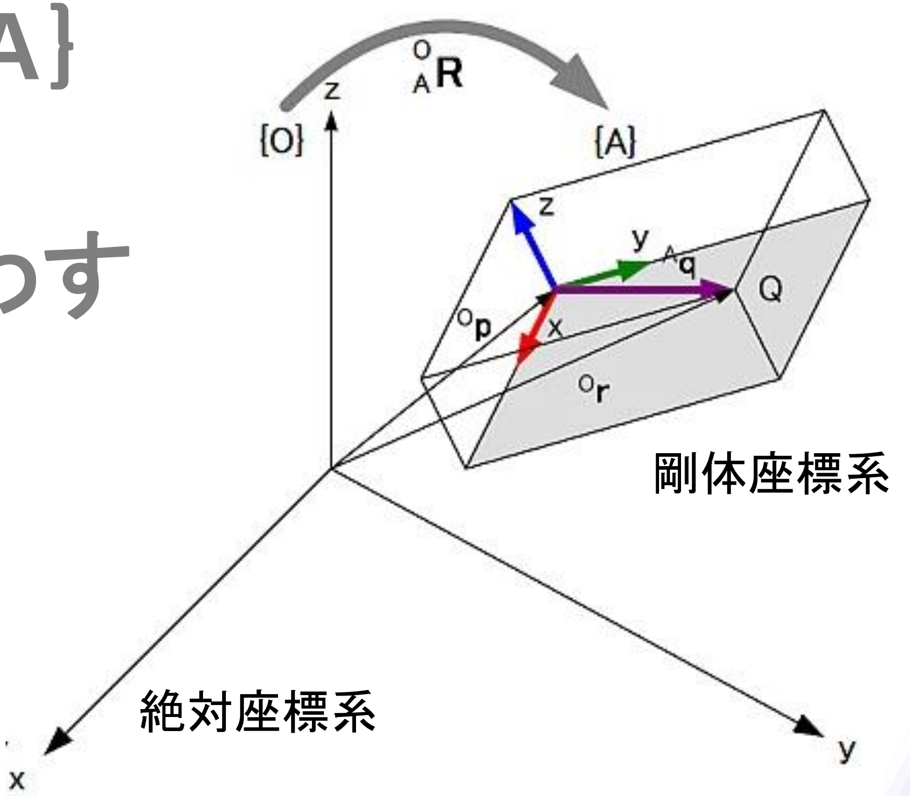
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1f/Earthmap720x360_grid.jpg

剛体の姿勢とその表現

剛体の姿勢とその表現

http://www.rugbysensor.com/images/doujitrMatrix_01.jpg

剛体の姿勢とは、**剛体座標系**{A}**が**絶対座標系{O}からみて**どのように傾いているか**をあらわす



y方向の傾き　z方向の傾き

$$R = (e_x \quad e_y \quad e_z)$$

x方向の傾き

Rは直交行列

$$R^T = R^{-1}$$

ベクトルの大きさを変えない

互いに垂直

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

各々の大きさは1

http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/linear_algebra/orthonormal_1.gif

直交行列

直交行列

$$R = \begin{pmatrix} e_x & e_y & e_z \end{pmatrix}$$

互いに垂直

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

各々の大きさは1

Rは直交行列

$$R^T = R^{-1}$$

ベクトルの大きさを変えない

TOKYO 2020

TOKYO 2020 PARALYMPIC GAMES

TOKYO 2020

https://www.youtube.com/watch?v=deUTt8KQCmo

https://www.youtube.com/watch?v=7RPLxMKsgrs

東京オリンピック・パラリンピックエンブレムはそれぞれ回転対称性, 鏡像（左右）対称性を有する

回転変換、鏡像変換に対する不変性

O(n): 直交（変換）群

回転変換、鏡像変換

SO(n): 特殊直交（変換）群

回転変換

姿勢変換

姿勢変換行列（回転行列）

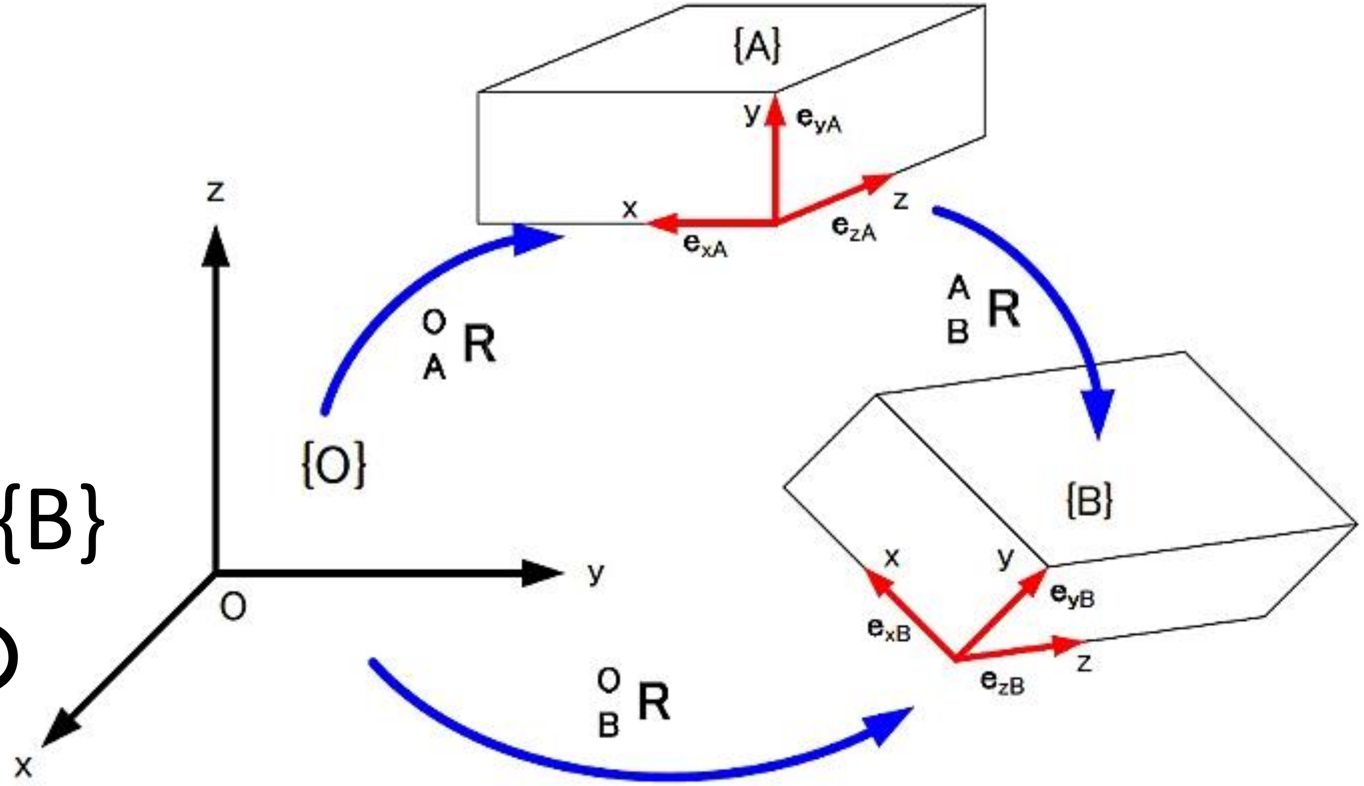
$${}^{O}_{A}R^{T} = [e_{xA} \quad e_{yA} \quad e_{zA}]^{T}$$

$${}^{O}_{B}R^{T} = [e_{xB} \quad e_{yB} \quad e_{zB}]^{T}$$

$${}^{A}_{B}R = {}^{O}_{A}R^{T}\,{}^{O}_{B}R$$

座標系{A}からみた座標系{B}

{B}の3個のベクトルの{A}の各軸への方向余弦を計算



http://www.rugbysensor.com/images/chyoko_enzan_02.jpg

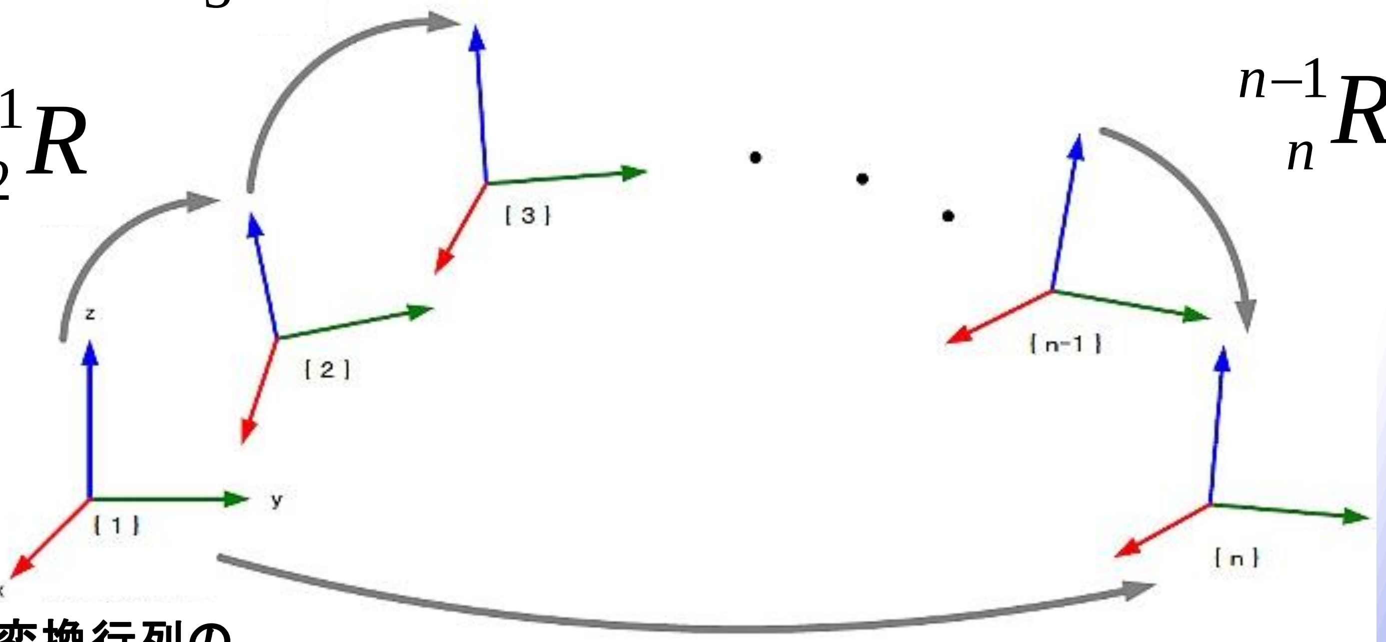
チェーン・ルール

チェーン・ルール

$$ {}^{A}_{B}R = {}^{O}_{A}R^{T}\,{}^{O}_{B}R = {}^{A}_{O}R\,{}^{O}_{B}R $$

相対的な姿勢変換行列を左から右へとかけてゆくことで{1}→{n}の姿勢の変位を計算できる

$ {}^{2}_{3}R $ $ {}^{1}_{2}R $ $ {}^{n-1}_{n}R $



姿勢変換行列の
チェーン・ルール

$$ {}^{1}_{n}R = {}^{1}_{2}R\,{}^{2}_{3}R \cdots {}^{n-1}_{n}R $$

http://www.rugbysensor.com/images/doujiTr_chanRule_01a.jpg

KOIZUMI LAB

同次変換

同次変換行列

http://www.rugbysensor.com/images/doujitrMatrix_01.jpg

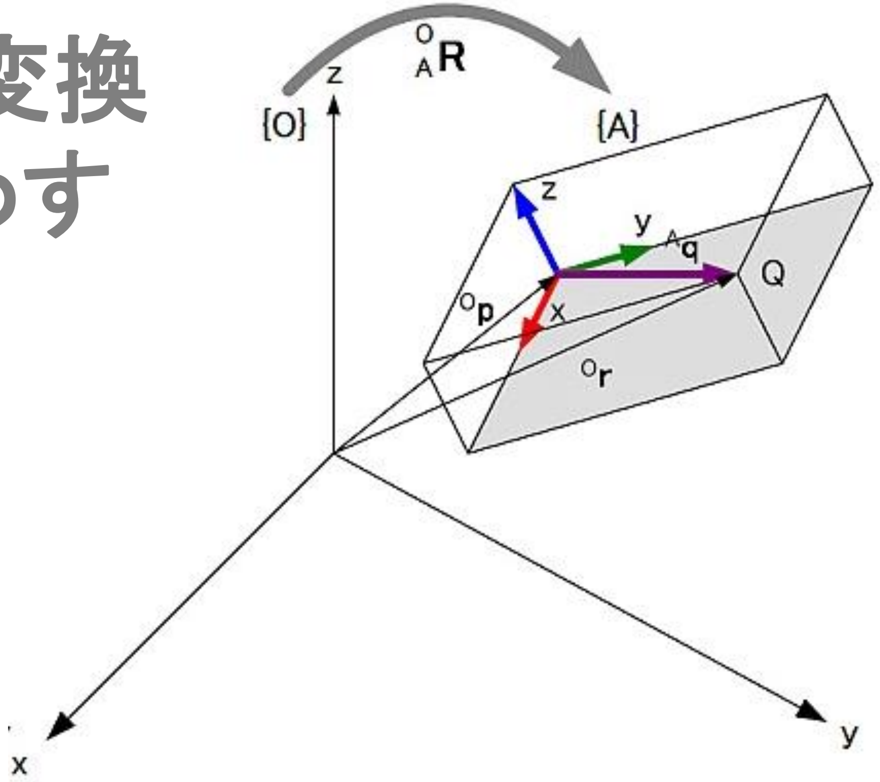
$$ {}^{O}r = {}^{O}p + {}^{O}_{A}R\,{}^{A}q $$

同じ式を4×4に拡大した同次変換行列を用いてシンプルにあらわす

$$ \begin{bmatrix} {}^{O}r \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{O}_{A}H \begin{bmatrix} {}^{A}q \\ 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{O}_{A}H = \begin{bmatrix} & {}^{O}_{A}R & & {}^{O}p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

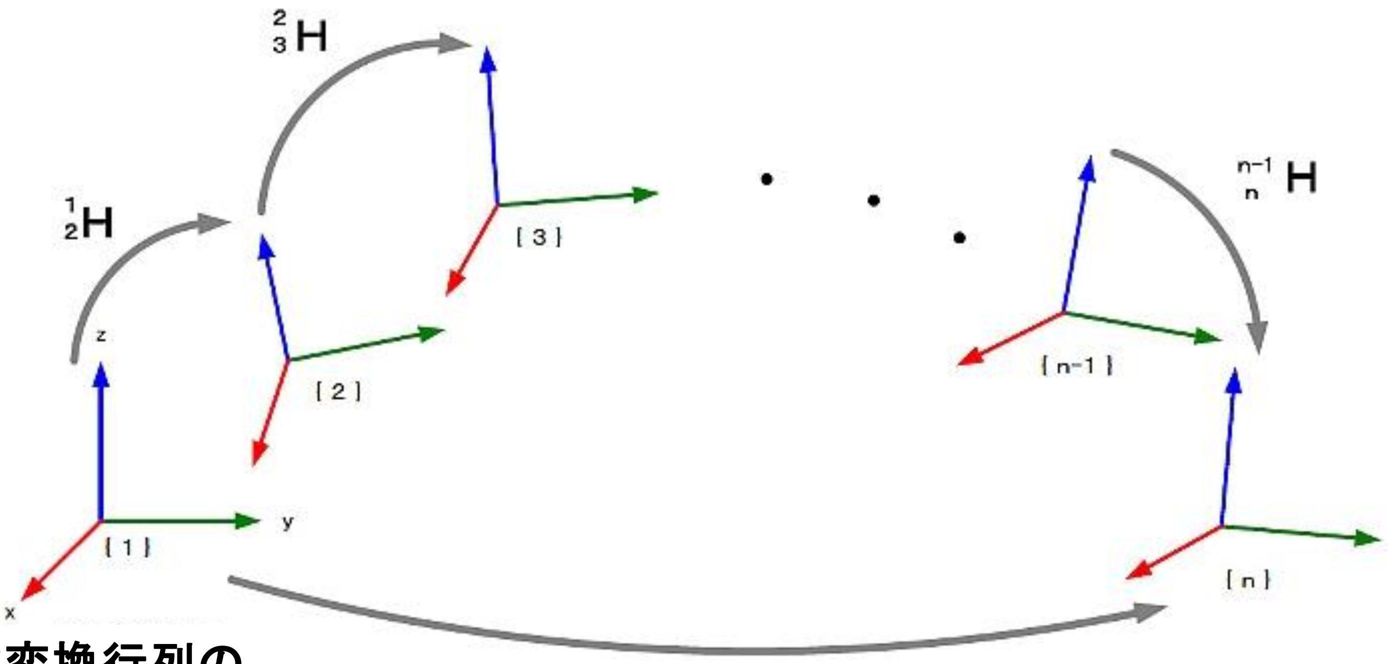
$$ {}^{O}_{A}H $$



チェーン・ルール

チェーン・ルール

姿勢変換行列と同様にチェーン・ルールが成立



同次変換行列のチェーン・ルール

$$ {}^{1}_{n}H = {}^{1}_{2}H\,{}^{2}_{3}H \cdots {}^{n-1}_{n}H $$

http://www.rugbysensor.com/images/doujiTr_chanRule_01a.jpg

同次変換の逆変換

同次変換行列

$$ {}^{O}_{A}H = \begin{bmatrix} & {}^{O}_{A}R & & {}^{O}p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

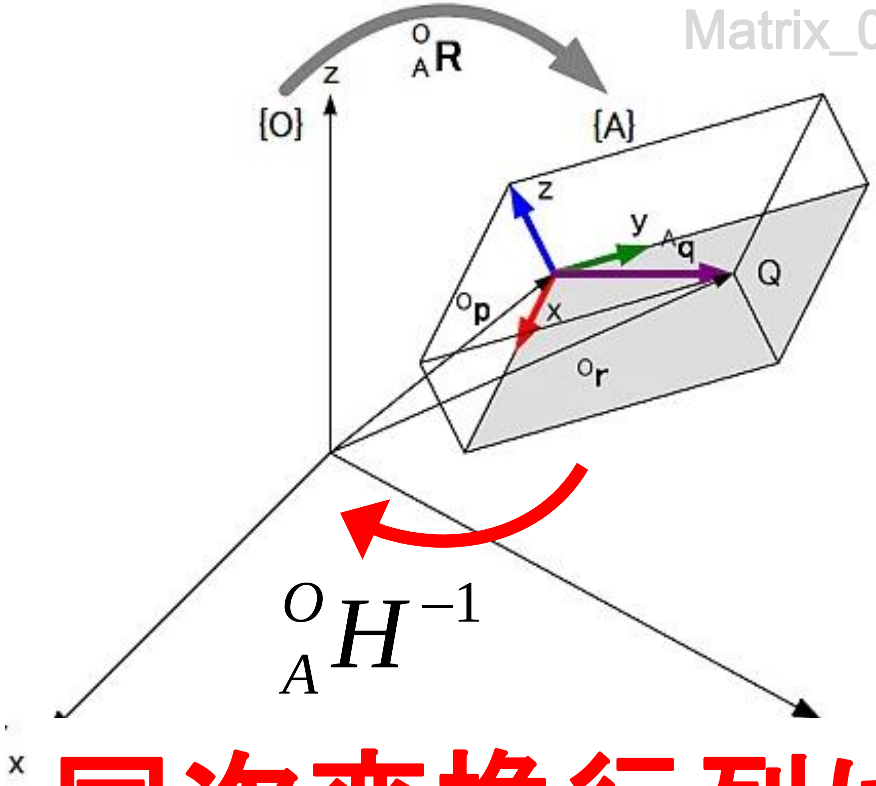
同次変換行列の逆行列

$$ {}^{O}_{A}H^{-1} = {}^{A}_{O}H $$

$$ = \begin{bmatrix} & {}^{O}_{A}R^{T} & & -{}^{O}_{A}R^{T}\,{}^{O}p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$ {}^{O}_{A}H $

http://www.rugbysensor.com/images/doujitrMatrix_01.jpg



$ {}^{O}_{A}H^{-1} $

同次変換行列は直交行列ではない

同次変換の逆変換

3次元の同次変換行列を${}^{O}_{A}H = \begin{bmatrix} & {}^{O}_{A}R & & {}^{O}p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$とする。

このとき、

$$ {}^{O}_{A}H^{-1} = {}^{A}_{O}H = \begin{bmatrix} & {}^{O}_{A}R^{T} & & -{}^{O}_{A}R^{T}\,{}^{O}p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & {}^{O}_{A}R^{T} & & 0 \\ & & & 0 \\ (& &) & 1 \end{bmatrix} = {}^{O}_{A}H^{T} $$
となり、

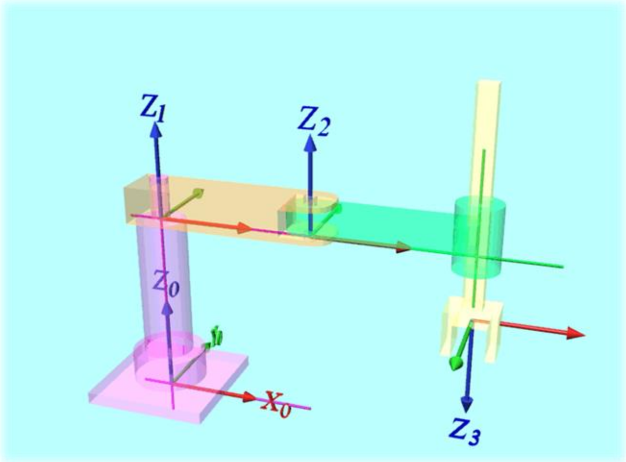
${}^{O}_{A}H$は直交行列の性質を満たさないため、直交行列ではない。

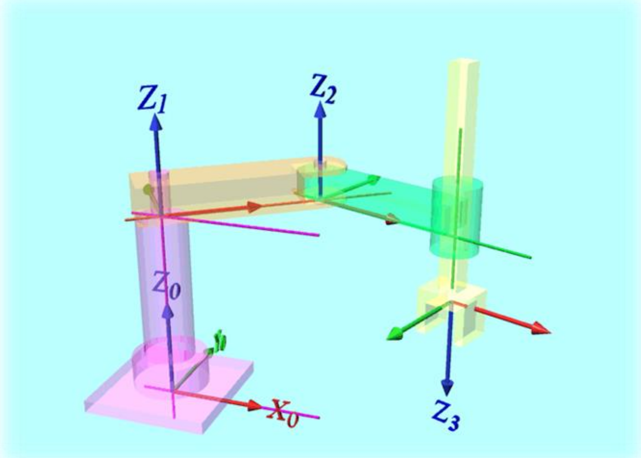
KOIZUMI LAB

修正Denavit-Hartenberg記法

修正DH記法

（1）基準(腕ロボットなら地面に固定、脚ロボットなら胴体など)となる部分をリンク0として、手先に向かって各リンクに 1,2,..n と番号をつける。



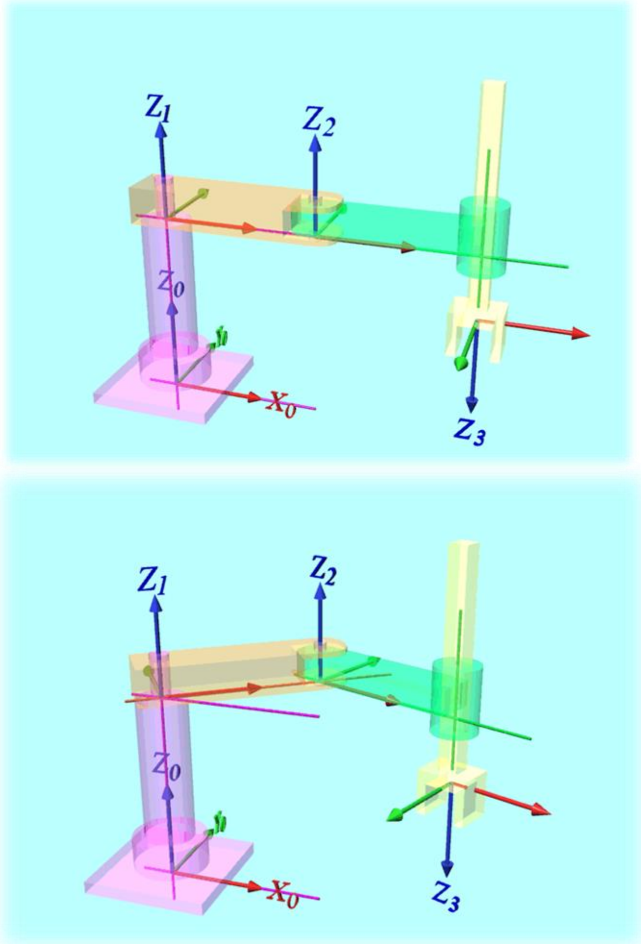


http://www.mech.tohoku-gakuin.ac.jp/rde/contents/course/robotics/manipulator.html

修正Denavit-Hartenberg記法

修正DH記法

（2）リンク i-1 とリンク i の間の関節を、関節 i とする。つまり、関節番号は 1..n となる。

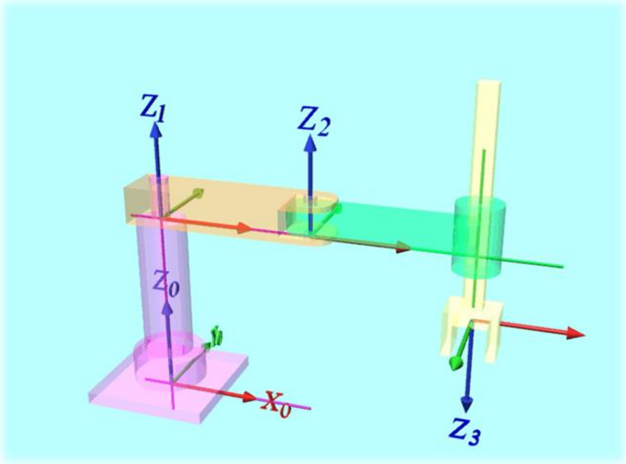


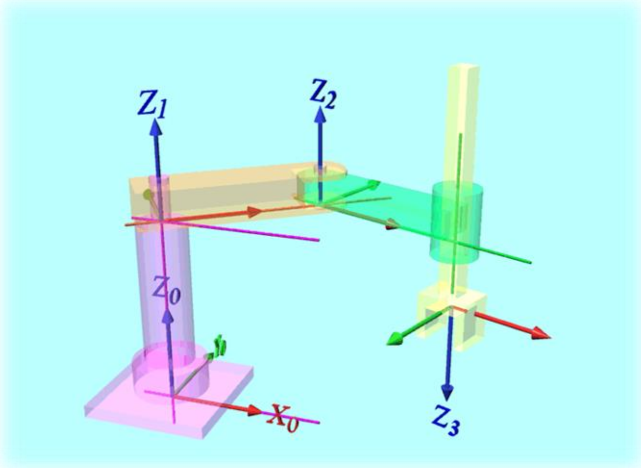
http://www.mech.tohoku-gakuin.ac.jp/rde/contents/course/robotics/manipulator.html

修正Denavit-Hartenberg記法

修正DH記法

（3）各関節に関節軸を定義する。
回転関節なら回転軸を、直動関節なら直動方向に平行な直線を関節軸i とする。



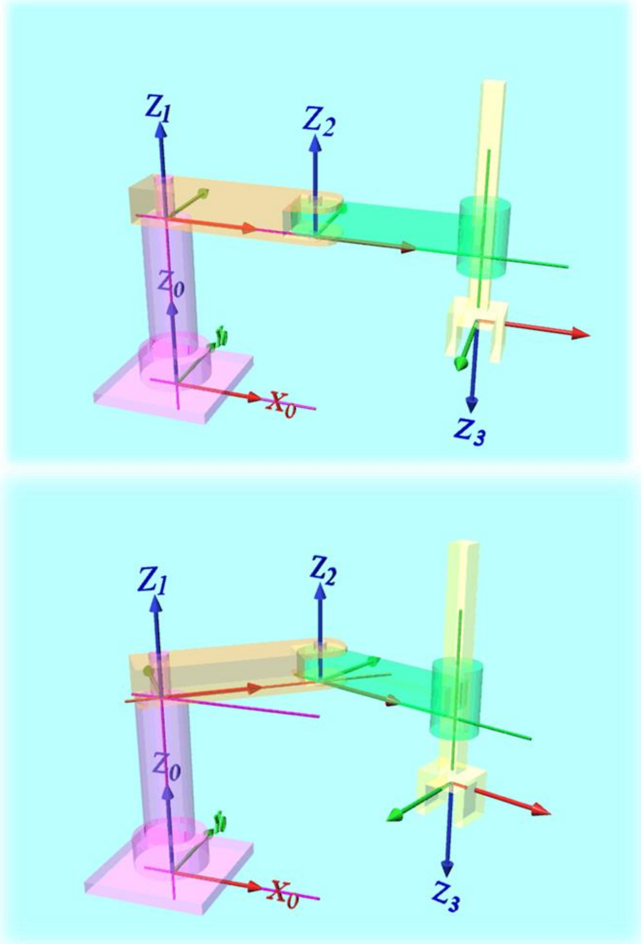


http://www.mech.tohoku-gakuin.ac.jp/rde/contents/course/robotics/manipulator.html

修正Denavit-Hartenberg記法

修正DH記法

(4)Zi軸は関節軸iに一致させる。
(5)Xi軸は、Zi軸とZi+1軸の共通垂線にする。
(6)ZiとXiの交点が原点Oiになって、ZiとXiの外積でYi軸が定まる。



http://www.mech.tohoku-gakuin.ac.jp/rde/contents/course/robotics/manipulator.html

KOIZUMI LAB

End

平行、回転、同次変換、マニピュレータの座標系の設定

参考文献

1. ロボット制御入門：川村貞夫著（Ohmsha）
2. ロボットシステム入門：松日楽信人、大明準治著（ohmsha）
3. メカトロニクス：三浦宏文著（ohmsha）
4. やさしい産業用ロボット読本：川崎重工編（日本能率協会）
5. はじめてのロボット創造設計：坪内孝司、大隅久、米田完（講談社）
6. ロボットモーション：内山 勝、中村仁彦（岩波書店）
7. http://www.tuhep.phys.tohoku.ac.jp/~watamura/kougi/GP2012_11.pdf
8. http://www.mech.tohoku-gakuin.ac.jp/rde/contents/course/robotics/manipulator.html

KOIZUMI LAB