学部講義ロボティックス 第 7 回演習課題

学籍番号

氏名

（問）ラグランジュの運動方程式について述べよ。

（回答）物体の運動軌道は何によって決定されるのだろう？（　　　）世紀以降、さまざまな現象の根源を神の存在にもとづいて説明しようとの探求がなされた。神がなにかを（　　　　）化した結果として物理現象が現れるという考え方である。（　　　　　　　　　）とは独立に微積分を発見したドイツの（　　　　　　　　　）は 17 世紀のおわりに（　　　　　　　　　）の概念を提案した。1746 年にフランスのモーペルチューイは（　　　　　　　　　）の原理を提唱した。神は『（　　　　　）』を最小にするように運動軌道を決定するという考え方である。イタリアの（　　　　　　　　　）は 1788 年に『（　　　　　　　　　）』を出版し、そのなかで有名なラグランジュの運動方程式を与えた。

ラグランジュの運動方程式が（　　　　　　　　　）とよばれるスカラー関数の時間積分に（　　　　　）値を与えるものであることは、1830 年代にハミルトンによって示された。これをハミルトンの原理とよぶ。ハミルトンの原理が（　　　　　　　　　）の原理の最終的な形である。

ラグランジアンとはつぎのスカラー関数 L である。

$$L = T - U$$

ここで、T は（　　　　）エネルギで、U は（　　　　）エネルギである。ハミルトンの原理では、ポテンシャルエネルギが作り出す力以外を外部から受けない力学系の運動軌道はすべての候補となりうる運動軌道のなかでつぎの積分値に（　　　　）値を与えるものである

と説明する。ある運動軌道が停留値を与えるとは、候補となる運動軌道の集合のなかでそれが（　　　　　）点か、極小点か、あるいは鞍点（あんてん）を与えるということである。

$$S = \int L dt$$

L は（　　　　　　）軌道の関数であり、S は関数の関数であるとして（　　　　）関数とよばれる。汎関数の停留値問題は一般に（　　　　　　　）の変分問題とよばれる。

『オイラーの変分問題』

t_1、t_2、$x(t_1)$、$x(t_2)$に対して、つぎの積分に停留値を与える関数 x(t)を求めよ。ただし、x は t に関して 2 階微分可能であり、f は x 、$\dot{x}$ 、t のそれぞれに関して 3 階微分可能であるとする。

$$S(x) = \int_{t_1}^{t_2} f(x, \dot{x}, t) dt$$

この問題の答えは 1744 年に（　　　　　　　　）によってつぎのように与えられ、現在では（　　　　　　）法の基礎式となっている。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial \dot{x}}\right) - \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = 0$$

この式を（　　　　　　　　）方程式とよぶ。ハミルトンの原理をオイラーの変分問題として解くと、つぎの方程式が得られる。

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

上式のなかで x は（　　　　　　　　　）座標とよばれる。ラグランジアン、つまり、運動エネルギとポテンシャルエネルギは一般化座標とその変化速度で表現されなければならない。