学部講義ロボティックス 第 10 回講義演習課題

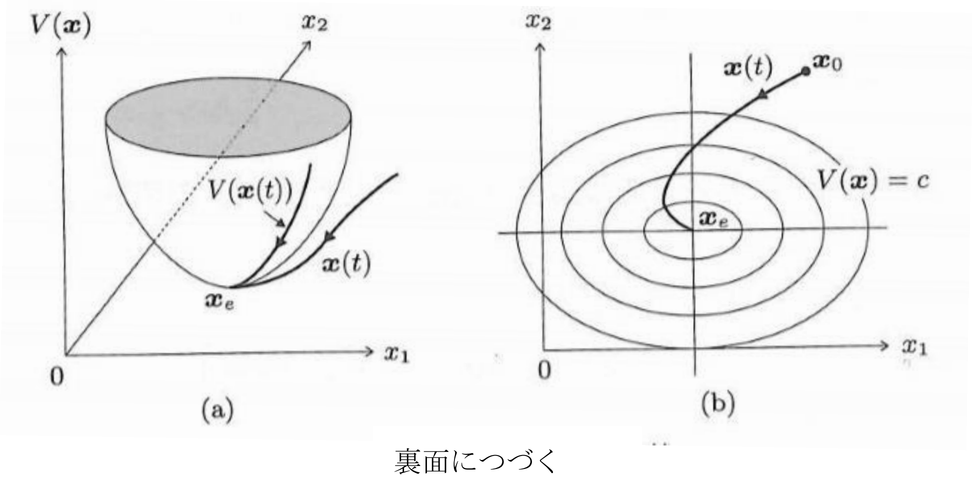
学籍番号

氏名

（問）リアプノフの安定判別法について述べよ。

（回答）リアプノフの安定判別法は物理系の（　　　　　　　）点の近傍において、(　　　　　　　　　　）がつねに減少しているならば、この平衡点は安定であるという観察にもとづいている。したがって、安定性の確認はそのようなスカラー関数$V(x)$をみつけることによってなされる。

x_eを与えられた動的システムの（　　　　）状態とする。このとき、x_eを含む状態空間（Ωとよぶ）内で定義されたスカラ値関数$V(x)$で、つぎの 3 つの条件をみたすものを（　　　　　　　　　）関数といい、リアプノフ関数が存在すれば、与えられたシステムが安定であることが確認できる。（条件１）$V(x)$は（　　　　　）である。（条件 2）$V(x)$は（　　　　　　）状態x_eにおいて唯一の（　　　　）値をもつ。（条件 3）x_eを含む状態空間Ω内のすべての解軌道（上の点）$x(t)$に対応する$V(x)$の値（$V(x(t))$）は時間とともに（　　　　　）しない。



裏面につづく

（問）（準）正定と（準）負定について説明し、リアプノフの安定判別法について正定と負定の概念を用いて説明せよ。

（回答）$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$ で記述される動的システムにおいて、入力 $u(t)$ が恒等的にゼロである自由システム（$\dot{x}(t) = f(t, x(t)$）の解軌道や平衡の安定性は（　　　　　）安定性とよばれる。自由システムの右辺が時不変の（t を陽に含まない）とき、$\dot{x}(t) = f(x(t))$、ただし $f(x_e(t)) = 0$ となる。これを自律システムという。自律システムの平衡状態 x_e を考える。$x(t)$ を自律システムの解軌道とすると、$V(x)$ は軌道に沿った対応する V の値をあらわす。V の値が増加しないためには、すべての t について、$dV(x(t))/dt \le 0$ でなければならない。微分の（　　　　　　）律をもちいて、

$$\dot{V}(x(t)) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V(x(t))}{\partial x_i} \dot{x}_i(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V(x(t))}{\partial x_i} f_i(x(t)) = V_x(x(t)) f(x(t))$$

したがって、$V(x(t))$ が与えられたシステムの軌道に沿って（　　　　　）しないという条件は Ω 内のすべての $x(t)$ について、

$\dot{V}(x(t)) = V_x(x(t)) f(x(t)) \le 0$ という条件式に置き換えられる。

$V(x_e) = 0$ であり、なおかつすべての $x \ne x_e$ について $V(x) > 0$ となるとき、スカラ関数 $V(x)$ は正定であるという。$V(x) \ge 0$ のとき、準正定、$V(x) < 0$ のとき負定、$V(x) \le 0$ のとき（　　　　　　）である。

　自律システムの平衡状態 x_e はその近傍 Ω において、つぎの条件をみたす連続微分可能（微分したものが連続であるということ）なスカラ値関数 $V(x)$ が存在するときに安定である。

（条件 1）$V(x)$ が（　　　　　）である。

（条件 2）Ω 内の任意の解軌道に対して $\dot{V}(x(t))$ が準（　　）定である。