

ロボティックス Robotics

先端工学基礎課程講義

小泉 憲裕

講義情報

授業内容と
その進め方

【授業内容とその進め方】

(a) 授業項目

第1回 ロボット工学概論

ロボットの歴史、定義、基本構成と分類
数学基礎知識

第2回 マニピュレータの基礎

構造と分類、機構表現

第3回 センサとアクチュエータ

第4回 座標変換

平行、回転変換、同次変換、マニピュレータの座標系の設定

第5回 順運動学と逆運動学

第6回 ヤコビ行列と静力学

第7回 順動力学と逆動力学

第8回 中間試験とその解説

第9回 フィードバック制御とその安定性

第10回 位置制御（PTP制御とCP制御）

第11回 力制御（インピーダンス制御）

第12回 マスタ・スレーブ制御

第13回 遠隔操作と自律制御

第14回 複数マニピュレータの協調制御

第15回 期末試験とその解説

(b) 授業の進め方：

PPTを用いて内容を解説したあと、演習課題を解いてもらう。また、必要に応じて宿題を課すことがある。

順運動学

順運動学とは

剛体リンク系としてあらわされるマニピュレータでは絶対座標系からみたエンドエフェクタ(手先効果器)の位置と姿勢を関節角 θ から求める。

$${}^0_n H(\theta) = \begin{pmatrix} \overset{\text{姿勢}}{\boxed{{}^0_n R}} & \overset{\text{位置}}{\boxed{{}^0_n p}} \\ O & 1 \end{pmatrix} = {}^0_1 H(\theta_1) {}^1_2 H(\theta_2) {}^2_3 H(\theta_3) \cdots {}^{n-1}_n H(\theta_n)$$

$$\theta = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_n)$$

逆運動学

逆運動学とは

手先効果器の位置・姿勢から関節角 θ をもとめること。

$${}^0_n H(\theta) = \begin{pmatrix} \overset{\text{姿勢}}{\boxed{{}^0_n R}} & \overset{\text{位置}}{\boxed{{}^0_n p}} \\ O & 1 \end{pmatrix}$$



$$\theta = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_n)$$

第6回

ヤコビ行列と静力学

ヤコビ行列

ロボットのヤコビ行列とは

手先の微小変位(速度)と関節角座標における微小変位(速度)を関係づける

$$r = (x \quad y \quad z \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma)$$

$$r = f(\theta)$$

$$\theta = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n)$$

$$\dot{r} = J(\theta)\dot{\theta} \quad J(\theta) \triangleq \frac{\partial f}{\partial \theta}$$

$n \geq 7$ は冗長

$$\dot{\theta} = J^{-1}(\theta)\dot{r}$$

ヤコビ行列と特異点

ロボットの特異点

ヤコビ行列が正則でないときは逆行列が存在しないため変換ができない。

関節がすこし変化したとき手先がどの程度変化するか？

微小変位は線形関係：

$$\begin{aligned}\delta r &= J(\theta) \delta \theta & \dot{r} &= J(\theta) \dot{\theta} \\ \delta \theta &= J^{-1}(\theta) \delta r & \dot{\theta} &= J^{-1}(\theta) \dot{r}\end{aligned}$$

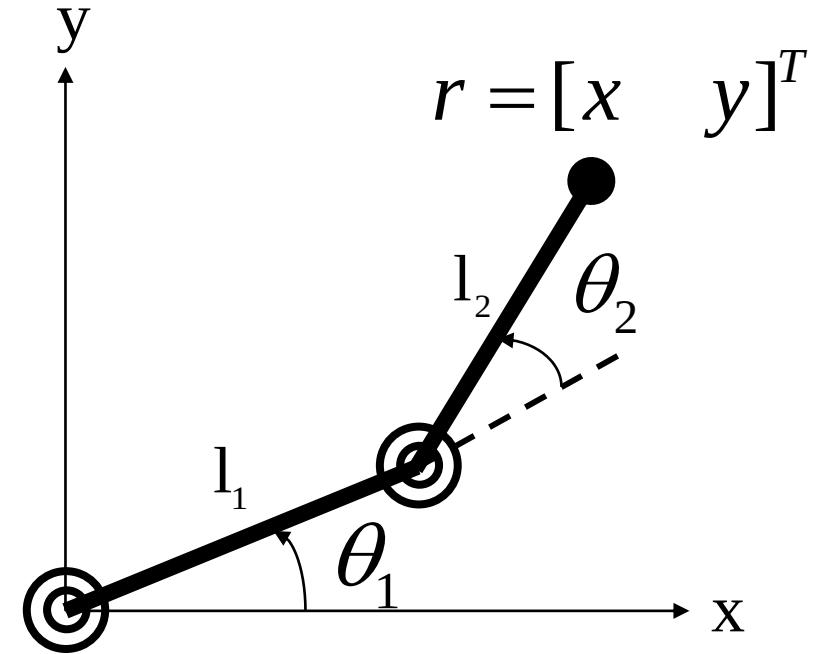
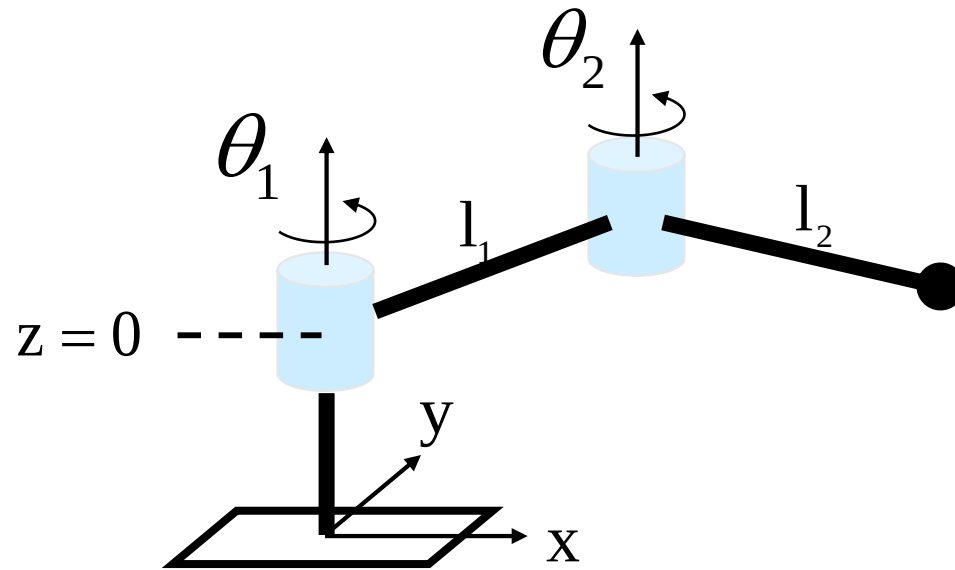
$r = f(\theta)$: **非線形関係**

ヤコビ行列：

$$J(\theta) \triangleq \frac{\partial f}{\partial \theta}$$

ヤコビ行列

ヤコビ行列



ヤコビ行列

ヤコビ行列

$$x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

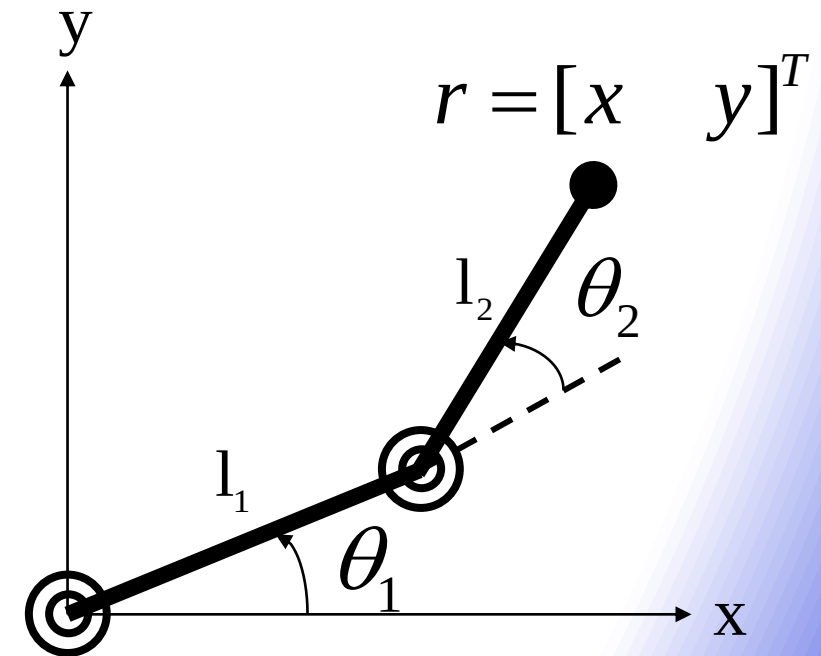
$$y =$$

$$C_1 \triangleq \cos \theta_1, \quad C_{12} \triangleq \cos(\theta_1 + \theta_2), \quad S_1 \triangleq \sin \theta_1,$$

$$S_{12} \triangleq \sin(\theta_1 + \theta_2) \text{としてヤコビ行列} J \text{は、}$$

$$J \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 S_1 - l_2 S_{12} & -l_2 S_{12} \\ l_2 C_{12} & l_2 C_1 \end{bmatrix}$$

$r = [x, y]^T$ と θ は
非線形関係



ヤコビ行列と特異点

特異点

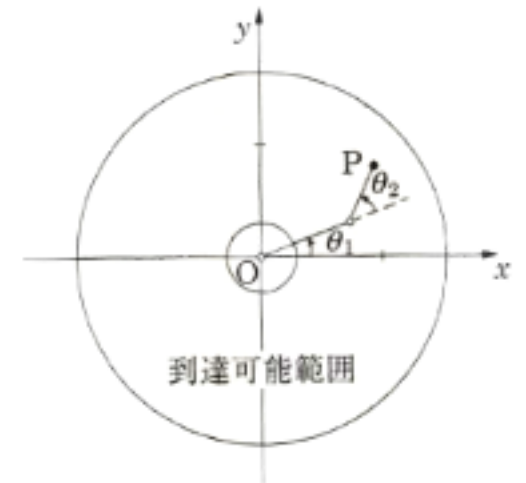
$$\delta r = J(\theta) \delta \theta$$

$$J \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -l_1 S_1 - l_2 S_{12} & -l_2 S_{12} \\ l_1 C_1 + l_2 C_{12} & l_2 C_{12} \end{bmatrix}$$

1. 右図を用いてマニピュレータの特異点について述べよ。

(回答) 右図は 2 リンクマニピュレータ の () 範囲をあらわして いる。境界 (大円あるいは小円上) にある 点は先端部が到達可能であるが、その点は () になっており、マニ

ピュレータのヤコビ行列が () でなくなる。多関節マニピュレータにおいても同様に、関節がひとつでも『伸びきった状態』や『折りたたまれた状態』になるとヤコビ行列は正則でなくなる。



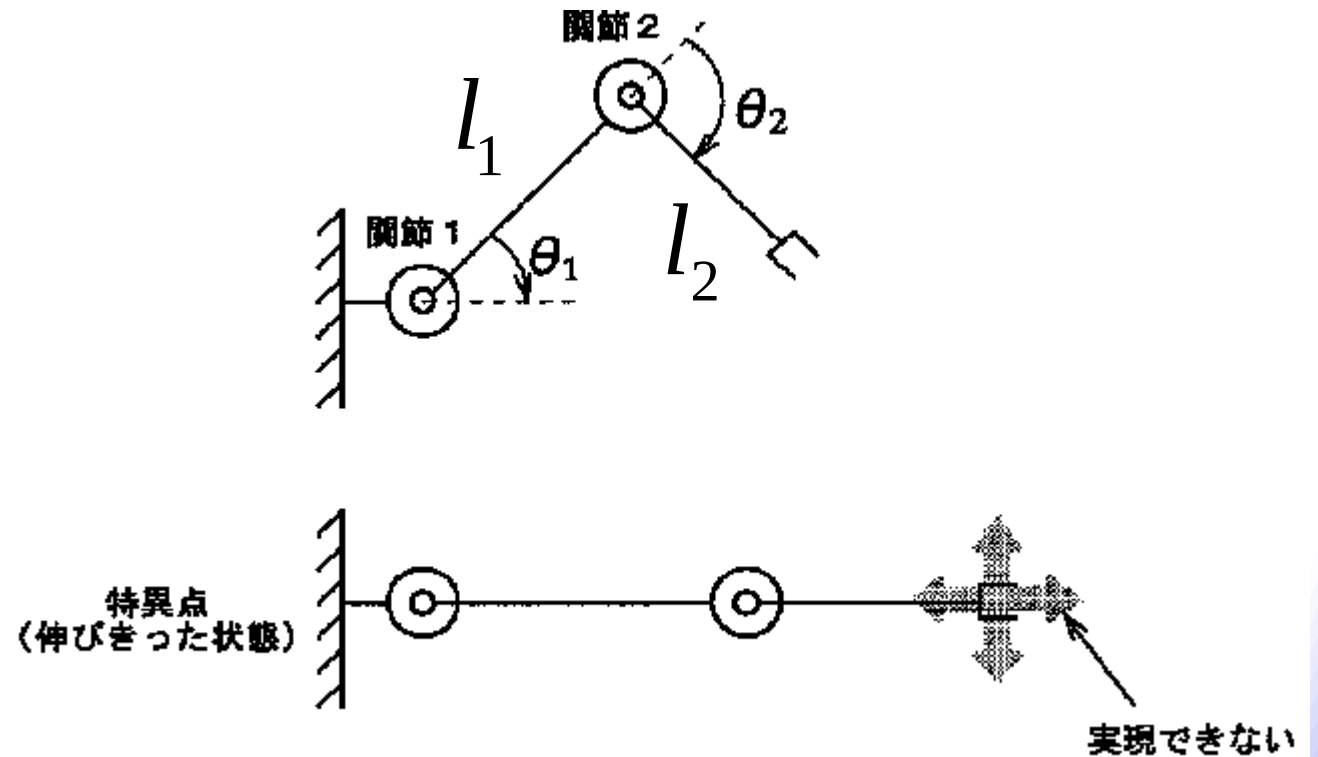
ヤコビ行列と特異点

特異点

$$\delta r = J(\theta) \delta \theta$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_1 + l_2 & l_2 \end{bmatrix}$$

$$\det J(\theta) = 0$$



<http://astamuse.com/ja/drawing/JP/992/39/988/A/000012.png>

ヤコビ行列と静力学

ヤコビ行列と静力学

2. ヤコビ行列と静力学について述べよ。✧

(回答) マニピュレータが不動壁を押すような手先の力と各関節のトルクがつりあった状態における () 力学について考察する。

() の原理とは、『ひとつの質点に対して複数の力 (トルクを含む) が作用し、それらが釣り合っているとき、任意の仮想変位に対する力の仕事の和は () になる』というものである。これは関節角と関節トルクを θ 、 τ 、手先の位置と力を $\underline{x}$ 、 F として、✧

✧ $\delta\theta^T \tau - \delta x^T F = 0$ とあらわされ、 J をヤコビ行列とすると、

$$\delta\theta^T \tau = \delta x^T F = (J \delta\theta)^T F = \delta\theta^T J^T F$$

$$\text{よって、} \tau = J^T F$$

ここで注目すべき点は、マニピュレータの () モーメントや質量などとは無関係に関節トルクと先端力が関係づけられることである。
(裏面につづく) ✧

ヤコビ行列

ツイストとは

基礎ヤコビ行列は v と ω (ツイスト)と関節角度の速度の関係をあらわす。

$$v = J_B(\theta)\dot{\theta}$$

オイラー角にみられる特異点の問題を解消したい

ツイスト

$$v \triangleq \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

基礎ヤコビ行列

基礎ヤコビ行列とは

Ω : つむじ風の回転

基礎ヤコビ行列は v と ω (ツイスト)と関節角度の速度の関係をあらわす。

v : 並進速度

なおかつ簡単な計算で求めることができる

$$\begin{pmatrix} v_i \\ \omega_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{0}_{i-1}\mathbf{e}_z \times {}^{i-1}_n\mathbf{p} \\ {}^{0}_{i-1}\mathbf{e}_z \end{pmatrix} \dot{\theta}_i \triangleq \mathbf{J}_{Bi} \dot{\theta}_i$$

$${}^{i-1}_n\mathbf{p} = {}^0_n\mathbf{p} - {}^{0}_{i-1}\mathbf{p}$$

基礎ヤコビ行列

同次変換行列

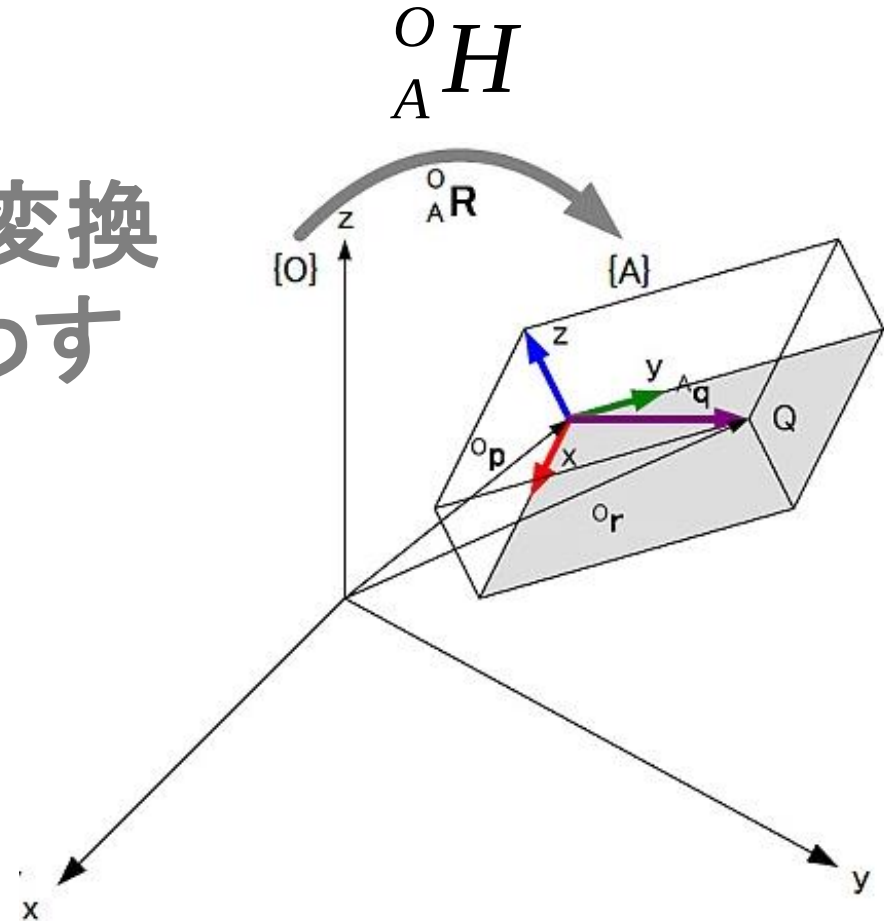
http://www.rugbysensor.com/images/doujitrMatrix_01.jpg

$${}^O r = {}^O p + {}^O_A R {}^A q$$

同じ式を 4×4 に拡大した同次変換行列を用いてシンプルにあらわす

$$\begin{bmatrix} {}^O r \\ 1 \end{bmatrix} = {}^O_A H \begin{bmatrix} {}^A q \\ 1 \end{bmatrix}$$

$${}^O_A H = \begin{bmatrix} {}^O_A R & {}^O p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



基礎ヤコビ行列

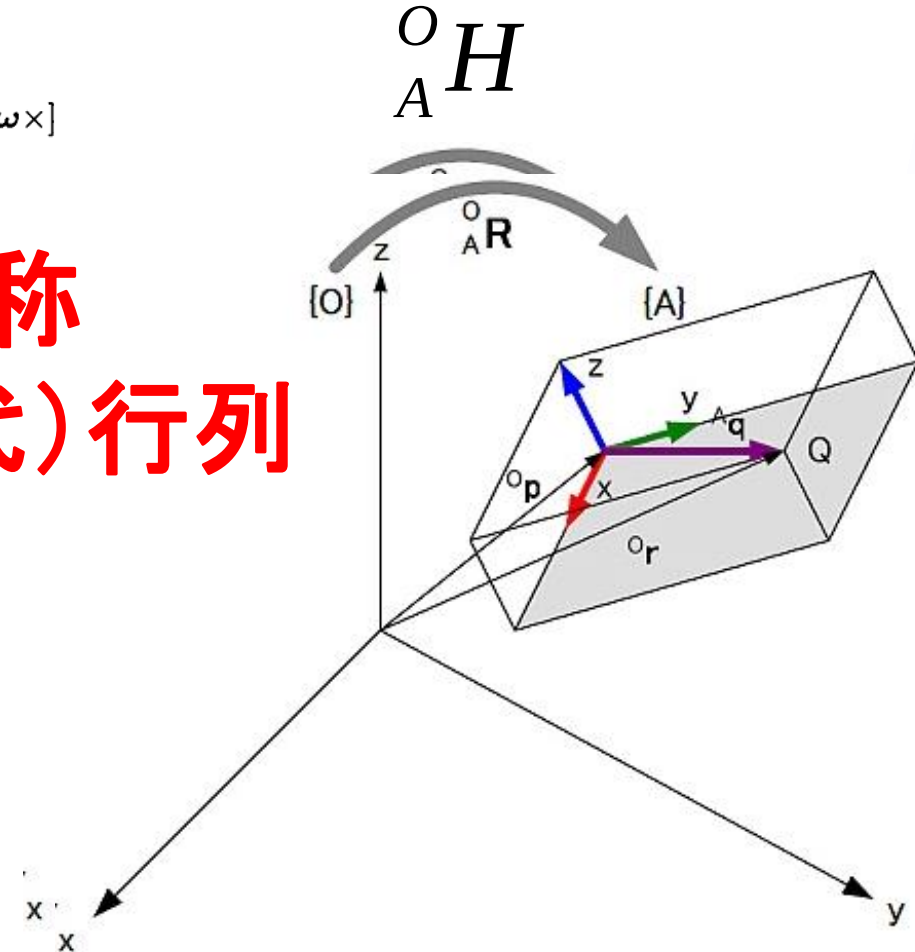
同次変換行列の微分

http://www.rugbysensor.com/images/doujitrMatrix_01.jpg

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}H &= \begin{bmatrix} \dot{R} & \dot{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [\omega \times] & v \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= [v \times]H\end{aligned}$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} = [\omega \times]$$
$$\omega \triangleq \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}$$

歪対称
(交代)行列



基礎ヤコビ行列

同次変換行列の微分

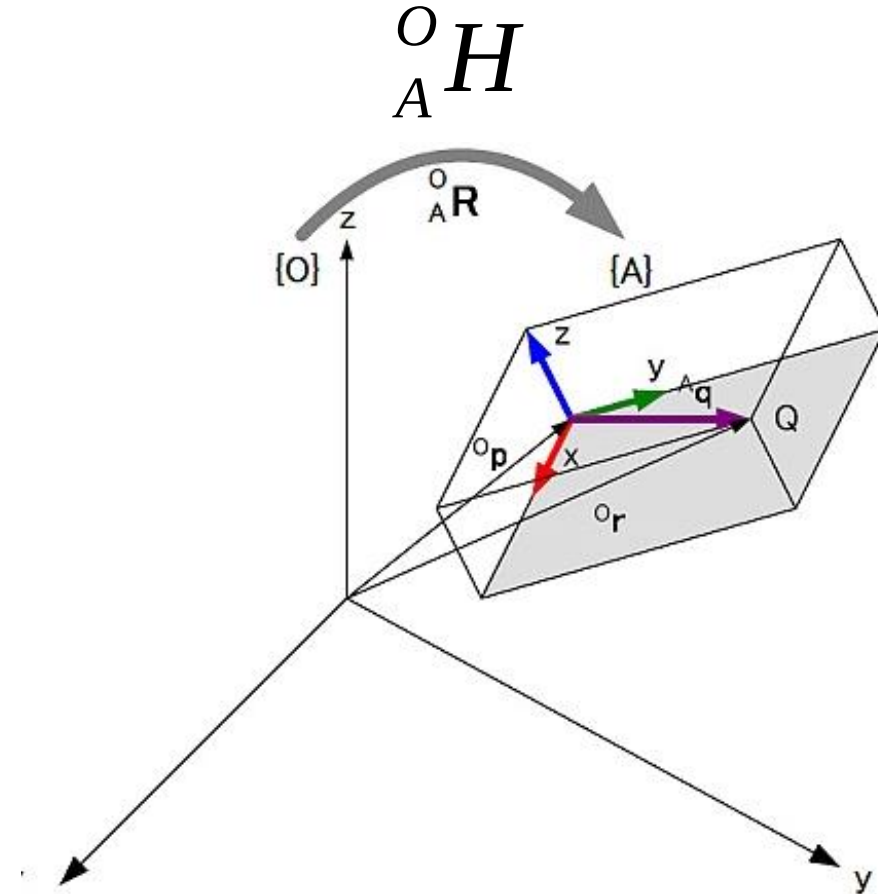
http://www.rugbysensor.com/images/doujitrMatrix_01.jpg

$$\frac{d}{dt}H = [v \times]H$$

$$v \triangleq \dot{p} - [\omega \times]p$$

ツイスト

$$v \triangleq \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{pmatrix}$$



つむじ風の回転と並進速度

基礎ヤコビ行列

同次変換行列の微分

http://www.rugbysensor.com/images/doujitrMatrix_01.jpg

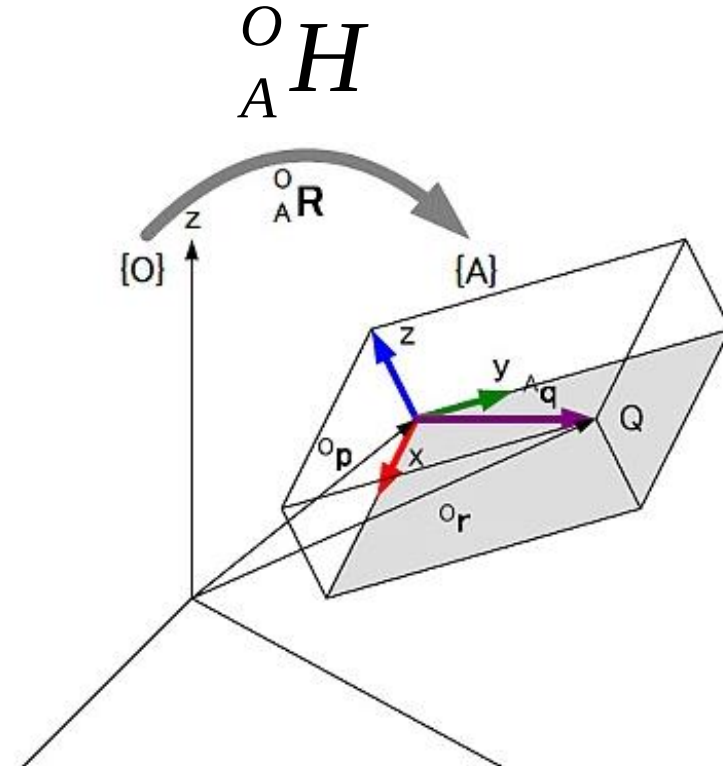
$$\frac{d}{dt}H = [v \times]H$$

$$H(t) = e^{[v \times]t} H(0)$$

$$H(t) = H_v H(0)$$

$$H_v \triangleq e^{[v \times]t} \in SE(3)$$

$$H_v = H(t)H^{-1}(0)$$



剛体の位置・姿勢変化はかならず定数ベクトル ω と v によって移動できる

End

ヤコビ行列と静力学

参考文献

1. ロボット制御入門: 川村貞夫著 (Ohmsha)
2. ロボットシステム入門: 松日楽信人、大明準治著 (ohmsha)
3. 人工知能と社会: 2025年の未来予想: 栗原 聡、長井 隆行、小泉 憲裕、内海 彰、坂本 真樹、久野美和子著 (ohmsha)
4. メカトロニクス: 三浦宏文著 (ohmsha)
5. やさしい産業用ロボット読本: 川崎重工編 (日本能率協会)
6. はじめてのロボット創造設計: 坪内孝司、大隅久、米田完 (講談社)
7. ロボットモーション: 内山 勝、中村仁彦 (岩波書店)
8. http://www.tuhep.phys.tohoku.ac.jp/~watamura/kougi/GP2012_11.pdf
9. <http://www.mech.tohoku-gakuin.ac.jp/rde/contents/course/robotics/manipulator.html>